Двузначна логика – упражнение

Запознаване с някои от основните логически функции на две променливи
а) **логическо отрицание** - има един аргумент и променя стойността му от 1 в 0 или обратно от 0 в 1. Срещат се различни варианти на означаване - !,NOT,¬ и др. Например ако а е съждителна променлива, то отицанието на а можем да запишем по следните начини: !a, NOTa,¬a и др.. По-нататък е използвано означението !, тъй като в езика за програмиране С, който ще бъде предмет на изучаване, е използвано точно това означение за логическото отрицание.

Правилата, по които действа всяка функция най-лесно се описват с т.нар. таблица на истинност, в която се изреждат всички възможни комбинации от стойности на променливите и срещу всяка се показва стойността на функцията.

Таблица за истинност

a	!a
0	1
1	0

Пример: а=„Днес е топло" !а=„Днес не е топло"
а=„Не обичам сладолед" !а=„Обичам сладолед"

Особено интересно е да се образуват отрицания на изрази в които участват термини като: всеки, никой, някой, съществува, винаги, никога и т.н.

Пример: а=„Всички момчета харесват футбола"
!а=„Някои момчета не харесват футбола"

а=„Никога не вали в Сахара"
!а=„ Понякога вали в Сахара"

б) **логическо „или" - дизюнкция** - има два аргумента и има стойност 1, когато поне един от аргументите ѝ има стойност 1, и 0, когато и двата аргумента са равни на 0. Означава се с ∨ или с OR, например aORb или a∨b.

Таблица за истинност

a	b	a∨b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Пример: с=„Тони е на плаж или е някъде с приятели"
Ако а=„Тони е на плаж" , а b=„Тони е някъде с приятели" , то с= a∨b. Наистина съждението с ще има стойност 0 само ако Тони не е на плаж, нито е с приятели, т.е. само когато и двете съставящи го съждения имат стойност 0.

в) **логическо „и" - конюнкция** - има два аргумента и има стойност 0, когато поне един от аргументите ѝ има стойност 0, и 1, когато и двата аргумента са равни на 1. Означава се с ∧ или с AND, например aANDb или a∧b.

Таблица за истинност

a	b	$a \wedge b$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Пример: с=„Момчил е рус и синеок"
Ако a=„Момчил е рус" , а b=„Момчил е синеок" , то c= $a \wedge b$. Наистина съждението с ще има стойност 1, само ако Момчил е едновременно рус и синеок, т.е. само когато и двете съставящи го съждения имат стойност 1.

г) **равнозначност** - има два аргумента и има стойност 0, когато аргументите й имат различни стойности, и 1, когато аргументите й са равни.
Означава се с $\leftrightarrow$.

Таблица за истинност

a	b	$a \leftrightarrow b$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Пример: Съждението с=„Един четириъгълник е успоредник тогава и само тогава, когато диагоналите му се разполовяват взаимно" може да се разглежда като $a \leftrightarrow b$, където a=„Един четъриъгълник е успоредник" и b=„Диагоналите на един четириъгълник се разполовяват взаимно". Очевидно, ако е вярно само а, или само b, то резултатното с ще има стойност 0, докато ако а и b имат равни стойности, то с е 1.

д) **изключващо „или"(изкл. дизюнкция, неравнозначност, събиране по модул 2)** - има два аргумента и има стойност 0, когато аргументите й имат равни стойности, и 1, когато аргументите й са различни.
Означава се с $\oplus$ или с XOR.

Таблица за истинност

a	b	$a \oplus b$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Пример: Ако a=„Сега Петър е във Варна" и b=„Сега Петър е в София" , то съждението c=„Сега Петър е във Варна или в София" може да се разглежда като $c=a \oplus b$. Ако е вярно само а, или само b, то с е вярно, но ако и двете (а и b) са неверни, или пък и двете са верни, то с е 0 (Петър не може да бъде едновременно и на двете места).

е) **импликация (следва, ако … , то …)** - има два аргумента, катопървият се нарича предпоставка, а вторият - следствие. Резултатът от имплимацията е 0, само когато предпоставката е вярна (1), а следствието е грешно (0). В останалите случаи импликацията има стойност 1.
Означава се с $\rightarrow$.

Таблица за истинност

a	b	a→b
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Пример: Ако a=„Имаш двойка за годината" и b=„Ще се явяваш на поправка" , то съждението c=„Ако имаш двойка за годината, то ще се явяваш на поправка" може да се разглежда като c=a→b. Ако е вярно само a, то c е невярно, докато в останалите случаи c е вярно.
Наистина, ако някой има 2 за годината, то единствената възможност е да се яви на поправка, докато ако няма двойка,може да не се явява, но може и да се явява (ако е направил твърде много отсъствия например).

Зад. 1. Дадени са следните съждения:

1) Снимката е черно-бяла;

2) Утре ще вали дъжд и сняг;

3) Книгата е купена от Варна или Пловдив;

4) Ако денят е най-голям, то сега е юни;

5) Морето не е до колене;

6) Числото е по-голямо от 1 и по-малко от 5.

а) Кои от съжденията са сложни?

б) образувайте отрицанията им.

Зад. 2. Кое изречение е отрицание на **„Който пее, зло не мисли”**?

а) Който пее зло, не мисли;

б) Който мисли зло, не пее;

в) Който не мисли зло, пее;

г) Който не пее, зло мисли.

Зад. 3. При коква стойност на булевата променлива q е изпълнено равенството: $p \vee (p \vee q) = p$

а) само при q=0;

б) за всяка стойност;

в) само при q=1;

г) няма такава стойност.

Зад. 4. Дадени са следните съждения: a = *„Утре е неделя”*; b = *„България е в Европа или Азия”* и c = *„Аз живея във Варненска област и уча в девети клас”* . Определете стойностите на дадените съждения и пресметнете логическите изрази с тях:

а) $a \vee (\overline{b \wedge c})$ б) $(\bar{a} \wedge c) \vee (b \wedge c)$ в) $(\overline{a \wedge b}) \vee (\overline{c \vee a})$

г) $\overline{(\overline{\bar{a} \vee c}) \wedge b} \rightarrow \bar{c}$ д) $\overline{\overline{b \wedge c} \rightarrow \bar{a}}$